MAGNETOSTATIK II

In der Vorlesung ging es im Rahmen der Magnetostatik um das Vektorpotential und den Satz von Stokes – denen in der Elektrostatik das skalare Potential und der Satz von Gauß entsprechen. Außerdem wurde als Beispiel für die Eichfreiheit die Coulomb-Eichung behandelt.

[P20] *Coulomb-Eichung*

Das Potential eines elektrischen Feldes ist bekanntlich nur eindeutig bis auf eine Konstante. Das Vektorpotential $\vec{A}$ eines Magnetfeldes ist ebenfalls nicht eindeutig.

(a) Zeigen Sie, dass das durch

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \mathrm{d}^3r' \, \frac{\vec{j}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

definierte Vektorpotential der Coulomb-Eichung $\nabla \cdot \vec{A} = 0$ genügt. *Hinweis*: Verwenden Sie $\nabla \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} = -\nabla' \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$, wobei ∇' auf $\vec{r}'$ wirkt, sowie partielle Integration.

(b) Zeigen Sie, dass für ein gegebenes Vektorpotential $\vec{A}(\vec{r})$ immer eine skalare Funktion $\chi(\vec{r})$ existiert, so dass nach Eichtransformation mit χ die Coulomb-Eichung erfüllt ist.

[P21] *Magnetischer Dipol*

Das Vektorpotential einer räumlich begrenzten Stromverteilung ist für große Abstände näherungsweise durch

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{m} \times \vec{r}}{r^3}$$

gegeben. Hierbei ist $\vec{m}$ das in der Vorlesung eingeführte magnetische Dipolmoment

$$\vec{m} = \frac{1}{2} \int \mathrm{d}^3r' \, \vec{r}' \times \vec{j}(\vec{r}') \, .$$

Berechnen Sie in dieser Näherung die magnetische Flussdichte $\vec{B}(\vec{r})$. Um was für ein Feld handelt es sich?

[P22] *Lange Leitung*

Betrachten Sie einen unendlich langen Draht entlang der z-Achse mit idealisiertem, verschwindend dünnen, Querschnitt. Der Draht sei von einem Strom I durchflossen. Berechnen Sie die vom Draht erzeugte magnetische Flussdichte $\vec{B}$ einmal mit Hilfe des Biot-Savart-Gesetzes, und einmal mit dem Satz von Stokes.